□12□ □□□□□□:□□□□

□□□□□□□□□

□□□□□□□14□□□

1□□2021□•□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{3}ax^3-2xlnx+(2-a)x(a\in R)$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □

□1□□ a □□□□□□

□2□□ $0<a<\frac{1}{e-1}$ □□□□□ $|x_2-x_1|>\sqrt{e}-1$ □

□□□□□1□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ $f'(x)=ax^2-2lnx-a=a(x^2-1)-2lnx$ □

□ $g(x)=a(x^2-1)-2lnx$ □

□□□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □

□□□ $g(x)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □□ $g'(x)=\frac{2(ax^2-1)}{x}$ □

□ $a\leqslant 0$ □□ $g'(x)<0$ □□ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□

□ $a>0$ □□□ $g'(x)=0$ □□□ $x=\sqrt{\frac{1}{a}}$ □

□□□ $x\in(0,\sqrt{\frac{1}{a}})$ □□ $g'(x)<0$ □□ $g(x)$ □□□□□

□ $x\in(\sqrt{\frac{1}{a}}$ □ $+\infty)$ □□ $g'(x)>0$ □□ $g(x)$ □□□□□

□ g□1□$=0$□

□□□ $\sqrt{\frac{1}{a}}=1$ □□ $a=1$ □□ $g(x)$ □□□□□□ $x=1$ □□□□□□□

当 $\sqrt{\frac{1}{a}}\neq 1$，即 $a\neq 1$时，$g(\sqrt{\frac{1}{a}})<g$（1）$=0$，

当 $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$，即 $0<a<1$时，$g(x)$ 在 $(0,\sqrt{\frac{1}{a}})$ 上有唯一的零点 $x=1$，

$g(\sqrt{\frac{1}{a}})=\frac{1}{a}+2\ln a-a$，

设G（a）$=\frac{1}{a}+2\ln a-a$，$0<a<1$，

则 G'（a）$=-\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a}-1<0$，所以$G$（a）在 $(0,1)$ 上单调递减，

则G（a）>0，即 $g(\frac{1}{a})>0$，

又 $\frac{1}{a}>\sqrt{\frac{1}{a}}$，所以 $g(x)$ 在 $(\sqrt{\frac{1}{a}}，+\infty)$ 上有唯一的零点，此时 $g(x)$ 有两个零点，符合题意；

当 $\sqrt{\frac{1}{a}}<1$，即 $a>1$时，$g(x)$ 在 $(\sqrt{\frac{1}{a}}，+\infty)$ 上有唯一的零点 $x=1$，

而 $g(e^{-\frac{a}{2}})=ae^{-a}>0$，$e^{-\frac{a}{2}}=\sqrt{\frac{1}{e^a}}<\sqrt{\frac{1}{a}}$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,\sqrt{\frac{1}{a}})$ 上有唯一的两点，此时 $g(x)$ 有两个零点，符合题意．

综上所述，a的取值范围为，$(0，1)\cup(1，+\infty)$；

（2）证明：由（1）可知，当 $0<a<\frac{1}{e-1}$时，$f(x)$ 有两个极值点，x_1，x_2，

不妨设 $x_1<x_2$，则 $x_1=1$，$x_2>1$，

因为 $g(x_2)=a(x_2^2-1)-2\ln x_2=0$，所以 $a=\frac{2\ln x_2}{x_2^2-1}$，

□ $\varphi(x)=\frac{2lnx}{x^2-1}$ □ $x>1$ □

□ $\varphi'(x)=\frac{2x(1-\frac{1}{x^2}-2lnx)}{(x^2-1)^2}$ □

□ $F(x)=1-\frac{1}{x^2}-2lnx$ □ $x>1$ □□ $F'(x)=\frac{2(1-x^2)}{x^3}<0$ □

□□ $F(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $F(x)<0$ □□ $\varphi'(x)<0$ □

□□ $\varphi(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ $\varphi(\sqrt{e})=\frac{1}{e-1}$ □ $0<a<\frac{1}{e-1}$ □

□□ $x_2>\sqrt{e}$ □ $x_2-1>\sqrt{e}-1$ □

□ $|x_2-x_1|>\sqrt{e}-1$ □

2．（2021□•□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=(x+b)(e^x-a)(b>0)$ □□ $(-1$ □ $f(-1))$ □□□□□□□ $(e-1)x+ey+e-1=0$ □

（1）□□ a □ b □

（2）□□□□ $y=f(x)$ □ x □□□□□□□□□ P □□□□□ P □□□□□□□ $y=h(x)$ □□□□□□□□□□□ x □□□ $f(x)\geqslant h(x)$ □

（3）□□□□ x □□□ $f(x)=m(m>0)$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1\leqslant 1+\frac{m(1-2e)}{1-e}$ □

□□□□□□□1□□ $x=-1$ □□□□□□ $(e-1)x+ey+e-1=0$ □□□ $y=0$ □

□□ $f(-1)=0$ □□ $f(-1)=(b-1)(\frac{1}{e}-a)=0$ □

□ $f'(x)=e^x(x+b+1)-a$ □

□□ $f'(-1)=\frac{b}{e}-a=-\frac{e-1}{e}=-1+\frac{1}{e}$ □

□ $a=\frac{1}{e}$ □□ $b=2-e<0$ □□ $b>0$ □□□

□ $a=b=1$ □

□2□□□□□1□□□ $f(x)=(x+1)(e^x-1)$ □

□ $f(x)=0$ □□ $x=-1$ □ $x=0$ □

□□□ $y=f(x)$ □ x □□□□□□□□□ P □ $(-1,0)$ □

□□□□ $P(-1,0)$ □□□□□□□ $y=h(x)$ □

□ $h(x)=f'(-1)(x+1)$ □

□ $F(x)=f(x)-h(x)$ □

□ $F(x)=f(x)-f'(-1)(x+1)$ □

□ □ $F'(x)=f'(x)-f'(-1)=e^x(x+2)-\frac{1}{e}$ □

$F(-1)=0$ □

□ $x<-1$ □□

□ $x\in(-\infty$ □ $-2]$ □ $F(x)<0$ □

□ $x\in(-2,-1)$ □ $F'(x)=e^x(x+3)>0$ □ $F(x)$ □

$x\in(-2,-1)$ □□□□□□ $F(x)<F(-1)=0$ □

□ $F(x)<0$ □ $F(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□

□ $x>-1$ □□

□ $F'(x)=e^x(x+3)>0$ □ $F(x)$ □ $x\in(-1,+\infty)$ □□□□□□

$F(x) > F(-1) = 0$□$F(x)$□$(-1,+\infty)$□□□□□

□□$F(x) \geq F(-1) = 0$□□$f(x) \geq h(x)$□□□

□3□□□□$h(x) = (\frac{1}{e} - 1)(x+1)$□□$h(x) = m$□□□$x_1$□

□$x_1 = -1 + \frac{me}{1-e}$□

□$h(x)$□□□□□$m = h(x_1) = f(x_1) \geq h(x_1)$□

□□$x_1 \leq x_1$□

□□□$y = f(x)$□□$(0,0)$□□□□□□□$y = t(x)$□□

$t(x) = x$□

□$T(x) = f(x) - t(x) = (x+1)(e^x - 1) - x$□

$T(x) = (x+2)e^x - 2$□

□$x \leq -2$□□$T(x) = (x+2)e^x - 2 \leq -2 < 0$□

□$x > -2$□□$T'(x) = (x+3)e^x > 0$□

□□□$T'(x)$□$(-2,+\infty)$□□□□□

□$T'(0) = 0$□

□□□$x \in (-\infty,0)$□□$T'(x) < 0$□□$x \in (0,+\infty)$□□

$T'(x) > 0$□

□□□□$T(x)$□□□$(-\infty,0)$□□□□□□□□□$(0,+\infty)$□□□□□

所以 $T(x) \geq T(0)=0$,

即 $f(x) \geq h(x)$,

设 $h(x)=m$ 的根为 x_2',

则 $x_2'=m$,

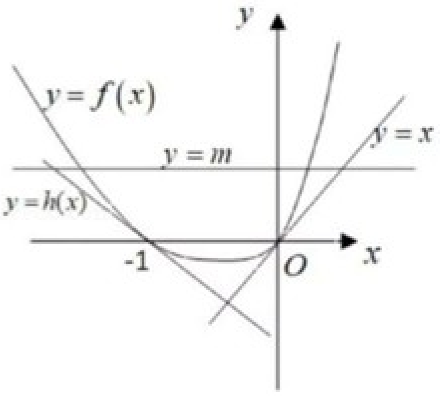
又函数 $h(x)$ 单调递增,

故 $m=h(x_2')=f(x_2) \geq h(x_2)$,

故 $x_2' \geq x_2$.

又 $x_1' \leq x_1$,

所以 $x_2-x_1 \leq x_2'-x_1'=m-(-1+\frac{me}{1-e})=1+\frac{m(1-2e)}{1-e}$.



3.（2021•日照一模）已知函数 $f(x)=(x+b)(e^{2x}-a)(b>0)$ 在点 $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2}))$ 处的切线方程为 $(e-1)x+ey+\frac{e-1}{2}=0$.

(1) 求 a, b;

(2) 函数 $f(x)$ 图象与 x 轴负半轴的交点为 P，且在点 P 处的切线方程为 $y=h(x)$，函数 $F(x)=f(x)-h(x)$, $x\in R$, 求 $F(x)$ 的最小值;

(3) 关于 x 的方程 $f(x)=m$ 有两个实数根 x_1, x_2, 且 $x_1<x_2$, 证明: $x_2-x_1 \leq \frac{1+2m}{2}-\frac{me}{1-e}$.

【解答】解: (1) 将 $x=-\frac{1}{2}$ 代入切线方程 $(e-1)x+ey+\frac{e-1}{2}=0$ 中, 得 $y=0$,

□□ $f(-\frac{1}{2})=0$ □□ $f(-\frac{1}{2})=(b-\frac{1}{2})(\frac{1}{e}-a)=0$ □□□ $b=\frac{1}{2}$ □ $a=\frac{1}{e}$ □

□ $f'(x)=e^{2x}(2x+2b+1)-a$ □□□ $f'(-\frac{1}{2})=\frac{2b}{e}-a=-\frac{e-1}{e}=-1+\frac{1}{e}$ □

□ $a=\frac{1}{e}$ □□ $b=\frac{2-e}{2}$ □□□□□

□□ $b=\frac{1}{2}$ □□ $a=1$ □

□2□□ □1□□□□ $a=1$ □ $b=\frac{1}{2}$ □□□ $f(x)=(x+\frac{1}{2})(e^{2x}-1)$ □

□ $f(x)=0$ □□ $x=-\frac{1}{2}$ □ $x=0$ □

□□□ $y=f(x)$ □ x□□□□□□□□□ P □ $(-\frac{1}{2},0)$ □

□□□□ $P(-\frac{1}{2},0)$ □□□□□□□ $y=h(x)$ □□ $h(x)=f'(-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})$ □

□□ $F(x)=f(x)-h(x)$ □□□ $F(x)=f(x)-f'(-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})$ □

□□ $F'(x)=f'(x)-f'(-\frac{1}{2})=2e^{2x}(x+1)-\frac{1}{e}, F'(-\frac{1}{2})=0$

□ $x\le -1$ □ $F'(x)<0$ □

□ $x\in(-1,-\frac{1}{2}), x+1\in(0,\frac{1}{2}), e^{2x}\in(\frac{1}{e^2},\frac{1}{e})$ □□□ $2(x+1)e^{2x}\in(0,\frac{1}{e}), F'(x)<0$ □

□ $x\in(-\frac{1}{2},+\infty), x+1\in(\frac{1}{2},+\infty), e^{2x}\in(\frac{1}{e},+\infty), 2(x+1)e^{2x}\in(\frac{1}{e},+\infty)$ □ $F'(x)>0$ □□□ $y=F'(x)$ □ $(-\frac{1}{2},+\infty)$ □□□□□□

$\therefore F'(x)>F'(-\frac{1}{2})=0$ □

$\therefore$□□ $y=F(x)$ □ $(-\frac{1}{2},+\infty)$ □□□□□□

□□ $F(x)_{min}=F(-\frac{1}{2})=0$ □

□3□□□□ $h(x)=(\frac{1}{e}-1)(x+\frac{1}{2})$ □□ $h(x)=m$ □□□ x_1 □□ $x_1'=-\frac{1}{2}+\frac{me}{1-e}$ □

□ $y=h(x)$ □□□□□□□2□□ $f(x)\ge h(x)$ □□□□

□ $m=h(x_1')=f(x_1)\geqslant h(x_1)$ □□□ $x_1'\leqslant x_1$ □

□□□ $y=f(x)$ □□ $(0,0)$ □□□□□□□ $y=t(x)$ □□ $t(x)=x$ □

□ $T(x)=f(x)-t(x)=(x+\frac{1}{2})(e^{2x}-1)-x$, $T'(x)=2(x+1)e^{2x}-2$ □

□ $x\leqslant -1$ □□ $T'(x)=2(x+1)e^{2x}-2\leqslant -2<0$ □

□ $x>-1$ □□ $T''(x)=2(2x+3)e^{2x}>0$ □

□□□ $y=T'(x)$ □ $(-1,+\infty)$ □□□□□□□ $T'(0)=0$ □

□□□ $x\in(-\infty,0)$ □□ $T'(x)<0$ □□ $x\in(0,+\infty)$ □□ $T'(x)>0$ □

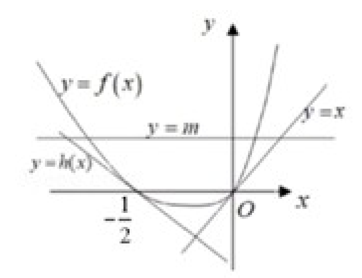
□□□□ $y=T(x)$ □□□ $(-\infty,0)$ □□□□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□ $T(x)\geqslant T(0)=0$ □□ $f(x)\geqslant t(x)$ □

□ $t(x)=m$ □□□ x_2' □□ $x_2'=m$ □

□□□ $y=t(x)$ □□□□□□ $m=t(x_2')=f(x_2)\geqslant t(x_2)$ □□ $x_2'\geqslant x_2$ □

□ $x_1'\leqslant x_1$ □□□ $x_2-x_1\leqslant x_2'-x_1'=m-(-\frac{1}{2}+\frac{me}{1-e})=\frac{1+2m}{2}-\frac{me}{1-e}$ □



4□□2021□•□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax-e^{x}+1$ □$\ln 3$□ $f(x)$ □□□□□

（I）□□ a □□□

（II）□□□□ $y=f(x)$ □ x □□□□□□□□□ P □□□□□ P □□□□□□□ l □□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□ l □□□□

□III□□□□ x □□□ $f(x)=m(m>0)$ □□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $x_2-x_1<2-\frac{7m}{10}$ □

□□□□□I□□□ $f'(x)=a-e^x$ □

□□□□□ $f'(\ln 3)=a-e^{\ln 3}=0$ □

$\therefore a=3$ □

□II□□□□□□□ $y=f(x)$ □ $P(x_0$ □ $0)$ □□□□□□ $l: y=(3-e^{x_0})(x-x_0)$ □

□ $g(x)=(3-e^{x_0})(x-x_0)$ □

$F(x)=f(x)-g(x)=3x-e^x+1-(3-e^{x_0})(x-x_0)$ □

$\therefore F'(x)=3-e^x-(3-e^{x_0})=e^{x_0}-e^x$ □

$\therefore F(x)$ □ $(-\infty,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□

$\therefore F(x)_{max}=F(x_0)=f(x_0)-g(x_0)=0$ □

$\therefore F(x)=f(x)-g(x)\leqslant 0$ □□ $f(x)\leqslant g(x)$ □□ $y=f(x)$ □□□□□□□□ l □□□

□III□□□II□□□□ $g(x)=m$ □□□ x_2' □

□□ $(3-e^{x_0})(x_2'-x_0)=m$ □□□ $x_2'=\frac{m}{3-e^{x_0}}+x_0$ □

□□□□□ $\ln 3<x_2<x_2'$ □

□ $h(x)=2x-f(x)=e^x-x-1$ □ $(x>0)$ □

$h'(x)=e^x-1>0$ □

$\therefore h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

$\therefore h(x)>h(0)=0$ □

$\therefore y=2x$□□□□□ $f(x)$ □□□□

$\because y=2x$□$y=m$□□□□□□□ $x_1'=\frac{m}{2}$□

□□$0<x_1'<x_1<ln3$□□$0<x_1'<x_1<ln3<x_2<x_2'$□

$\therefore x_2-x_1<x_2'-x_1'=\frac{m}{3-e^{x_0}}+x_0-\frac{m}{2}$□

□ □□x_0□□□ $y=\frac{m}{3-e^{x_0}}+x_0-\frac{m}{2}$□$(ln3,2)$□□□□□□

$\therefore x_2-x_1<\frac{m}{3-e^2}+2-\frac{m}{2}<\frac{m}{2-7}+2-\frac{m}{2}=2-\frac{7m}{10}$□

5□□2021•□□□□□□□□□□□ $f(x)=6x-x^6$□$x\in R$□

□I□□□□ $f(x)$ □□□□

□II□□□□ $y=f(x)$□x□□□□□□□□P□□□□□□P□□□□□□□□

□III□□□□ $f(x)=a(a$□□□□□□□□□□□x_1□x_2□$x_1<x_2$□□□□ $x_2-x_1\leqslant 6^{\frac{1}{5}}-\frac{a}{5}$□

□□□□□□□I□□□□□□ $f'(x)=6(1-x^5)$□$f'(x)=0$□□$x=1$

□□$x<1$□□ $f'(x)>0$□$f(x)$□□□□□

□$x>1$□□ $f'(x)<0$□$f(x)$□□□□□

$\therefore$□$x=1$□$f(x)$□□□□□□□□□□ f□1□$=5$□□□□□□$\cdots$□3□□

□II□□ $P(x_0$□$0)$□□ $x_0=\sqrt[5]{6}$□$f'(x_0)=-30$□

□□$f(x)$□□P□□□□□□□□ $y=f'(x_0)(x-x_0)=-30(x-\sqrt[5]{6})$□

□□□□□P□□□□□□□□ $y=-30(x-\sqrt[5]{6})\cdots$□6□□

（Ⅲ） $g(x)=-30(x-\sqrt[5]{6})$ $F(x)=f(x)-g(x)$

$F(x)=f(x)+30(x-\sqrt[5]{6})$ $F'(x)=f'(x)+30$

$f'(x)=6-6x^5$ R $F'(x)$ R $F'(x_0)=0$ $(x_0=\sqrt[5]{6})$

$\therefore$ $x\in(-\infty,x_0)$ $F'(x)>0$ $x\in(x_0,+\infty)$ $F'(x)<0$

$\therefore F(x)$ $(-\infty,x_0)$ $(x_0,+\infty)$

$\therefore \forall x\in R$ $F(x)\leqslant F(x_0)=0$ $\forall x\in R$ $f(x)\leqslant g(x)$

$g(x)=a$ x_2' $\therefore x_2'=6^{\frac{1}{5}}-\frac{a}{30}$

$g(x)$ R $g(x_2)\geqslant f(x_2)=a=g(x_2')$

$\therefore x_2<x_2'$

$y=f(x)$ $y=h(x)$ $h(x)=6x$

$\forall x\in R$ $f(x)-h(x)=-x^6\leqslant 0$ $f(x)\leqslant h(x)$

$h(x)=a$ x_1' $x_1'=\frac{a}{6}$

$h(x)$ R $h(x_1')=a=f(x_1)\leqslant h(x_1)$

$\therefore x_1'\leqslant x_1$

$\therefore x_2-x_1\leqslant x_2'-x_1'=(a^{\frac{1}{5}}-\frac{a}{30})-\frac{a}{6}=a^{\frac{1}{5}}-\frac{a}{5}$

$x_2-x_1\leqslant a^{\frac{1}{5}}-\frac{a}{5}$

6．（2021• $f(x)=4x-x^4$ $x\in R$

□I□□ $f(x)$ □□□□□□

□II□□□□ $y=f(x)$ □ x □□□□□□□□ P □□□□□ P □□□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□ x □□□ $f(x)\le g(x)$ □

□III□□□□ $f(x)=a(a$ □□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1\le -\frac{a}{3}+4^{\frac{1}{3}}$ □

□□□□□I□□□□ $f(x)=4x-x^4$ □□□ $f'(x)=4-4x^3$ □

□ $f'(x)>0$ □□ $x<1$ □□□□ $f(x)$ □□□□□

□ $f'(x)<0$ □□ $x>1$ □□□□ $f(x)$ □□□□□

$\therefore f(x)$ □□□□□□□□ $(-\infty,1)$ □□□□□□□□ $(1,+\infty)$ □

□II□□□□□□ P □□□□ $(x_0$ □ $0)$ □□ $x_0=4^{\frac{1}{3}}$ □ $f'(x_0)=-12$ □

□□ $y=f(x)$ □□ P □□□□□□□ $y=f'(x_0)(x-x_0)$ □□ $g(x)=f'(x_0)(x-x_0)$ □

□□□ $F(x)=f(x)-g(x)$ □□ $F(x)=f(x)-f'(x_0)(x-x_0)$ □

□ $F'(x)=f'(x)-f'(x_0)$ □

□ $F'(x_0)=0$ □ $\therefore$ □ $x\in(-\infty,x_0)$ □□ $F'(x)>0$ □□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $F'(x)<0$ □

$\therefore F(x)$ □ $(-\infty,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$\therefore$ □□□□□□ x □ $F(x)\le F(x_0)=0$ □□□□□□□ x □□□ $f(x)\le g(x)$ □

□III□□□□□□II□□□ $g(x)=-12(x-4^{\frac{1}{3}})$ □□□□ $g(x)=a$ □□□ x_2' □□□ $x_2'=-\frac{a}{12}+4^{\frac{1}{3}}$ □

□ $g(x)$ □ $(-\infty,+\infty)$ □□□□□□□□□II□□ $g(x_2)\ge f(x_2)=a=g(x_2')$ □

□□ $x_2\le x_2'$ □

□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□ $y=h(x)$ □□□ $h(x)=4x$ □

□□□□□ $x\in(-\infty,+\infty)$ □□ $f(x)-h(x)=-x^4\leqslant 0$ □□ $f(x)\leqslant h(x)$ □

□□□ $h(x)=a$ □□□ x_1' □□□ $x_1'=\frac{a}{4}$ □

□ $h(x)=4x$ □ $(-\infty,+\infty)$ □□□□□□□ $h(x_1')=a=f(x_1)\leqslant h(x_1)$ □

□□ $x_1'\leqslant x_1$ □

□□□□ $x_2-x_1\leqslant x_2'-x_1'=-\frac{a}{3}+4^{\frac{1}{3}}$ □

7□□2021□•□□□□□□□□□ $f(x)=(lnx-1)(ax-1)(a>0)$ □□□□ $y=f(x)$ □□ $(e$ □ f □e□ $)$ □□□□□□□ $y=g(x)$ □

□1□□ $g(x)$ □□□□□

□2□□□□□□□□□□□ x □□□ $f(x)\geqslant g(x)$ □

□3□□ $a=1$ □□□□ x □□□ $f(x)=m$ □□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $|x_2-x_1|\leqslant m(1+\frac{e}{e-1})+e-1$ □

□□□□□□□1□ □ $f'(x)=alnx-\frac{1}{x}$ □ $\therefore f'$ □e□ $=a-\frac{1}{e}$ □

□ f □e□ $=0$ □ $\therefore g(x)=(a-\frac{1}{e})(x-e)$ □

□2□□□□□ $F(x)=f(x)-g(x)=f(x)-f'$ □e□ $(x-e)$ □

$\therefore F'(x)=f'(x)-f'$ □e□ $=alnx-\frac{1}{x}-a+\frac{1}{e}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ F' □e□ $=0$ □

$\therefore$ □ $0<x<e$ □□ $F'(x)<0$ □ $F(x)$ □□□□□

□ $x>e$ □□ $F'(x)>0$ □ $F(x)$ □□□□□

$\therefore F(x)\geqslant F$ □e□ $=0$ □□□□

$\therefore f(x) \geqslant g(x)$ □□□□

□3□□□□□ $a=1$ □□ $f(x)=(lnx-1)(x-1)$ □□ $f'(x)=lnx-\frac{1}{x}$ □

□□ $f'(x)$ □□□□□□□□□□□ f' □1□ $=-1<0$ □ f' □e□ $=1-\frac{1}{e}>0$ □

$\therefore$ □□ $x_0\in(1,e)$ □□ $f'(x_0)=0$ □

$\therefore$ □ $x\in(0,x_0)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $f(x)=0$ □□□ $x=1$ □ e □

□□1□□2□□□ $y=f(x)$ □ $(e,0)$ □□□□□□□ $g(x)=(1-\frac{1}{e})(x-e)$ □

□ $f(x) \geqslant g(x)$ □□□□□□□□ $y=f(x)$ □ $(1,0)$ □□□□□□□ $h(x)=-x+1$ □

□ $H(x)=f(x)-h(x)=(lnx-1)(x-1)-(-x+1)=(x-1)lnx$ □

□ $x>1$ □□ $x-1>0$ □ $lnx>0$ □□ $0<x<1$ □□ $x-1<0$ □ $lnx<0$ □

$\therefore H(x) \geqslant 0$ □□□□

□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□ $y=m$ □□□□□□□□□□ x_1' □ x_2' □

□□□ $x_1<x_2$ □□ $x_1>x_1'$ □ $x_2<x_2'$ □

□ $g(x)=h(x)=m$ □□□ $x_2'=\frac{em}{e-1}+e$ □ $x_1'=1-m$ □

$\therefore |x_2-x_1|<|x_2'-x_1'|=m(1+\frac{e}{e-1})+e-1$ □□□□

8□□□□□ $f(x)=\begin{cases}(x+1)e^x, & x \geqslant 0, \\ x^a+1, & x<0\end{cases}$ □□ $P(-1$ □ $f(-1))$ □□□□□□□ $4x+y+b=0$

□1□□ a □ b □□□

□2□□□□ $y=f(x)$ □□ P □□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□ x □□□ $f(x)..g(x)$ □

□3□□□ $f(x)=m$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1<\frac{5}{6}+m(\frac{1}{3e}+\frac{1}{4})$

□□□□□□1□□ $x<0$ □□ $f'(x)=ax^{a-1}$ □□□ $f'(-1)=a\times(-1)^{a-1}=-4$ □□□ $a=4$ □

□□ $f(-1)=(-1)^4+1=2$ □□□ $P(-1,2)$ □□□□□□□□ $b=2$ □

□2□□□1□□ $g(x)=-4x-2$ □□□□□ $x..0$ □□ $f(x)>0>g(x)$ □□□□□□ $x<0$ □□ $f(x)..g(x)$ □

□ $h(x)=f(x)-g(x)=x^4+1-(-4x-2)=x^4+4x+3$ □

□□ $h'(x)=4x^3+4$ □□ $4x^3+4..0$ □□ $x..-1$ □

□□ $x\in(-\infty,-1)$ □□ $h'(x)<0$ □ $h(x)$ □□□□□□ $x\in(-1,+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □ $h(x)$ □□□□□

□□ $h(x)$ □ $x=-1$ □□□□□□□□□□□□ $h(-1)=0$ □

□□ $h(x)..0$ □□ $f(x)..g(x)$ □

□□□□□□□□□ x □□□ $f(x)..g(x)$ □

□3□□□□□ $f(x)$ □□□□ $(1$ □ f □1□ $)$ □□□□□□□ $y=t(x)=3ex-e$ □

□ $r(x)=f(x)-t(x)=(x+1)e^x-(3ex-e)$ □

□ r □1□ $=0$ □ $r'(x)=(x+2)e^x-3e$ □□□ r' □1□ $=0$ □

□ $p(x)=r'(x)=(x+2)e^x-3e$ □□ $p'(x)=(x+3)e^x>0$ □

□□ $r'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ r' □1□ $=0$ □

□□□ $x\in(0,1)$ □□ $r'(x)<0$ □ $r(x)$ □□□□□□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $r'(x)>0$ □ $r(x)$ □□□□□

□□ $r(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□□ r □1□ $=0$ □

□□ $r(x)\geqslant 0$ □□ $f(x)\geqslant t(x)$ □

□□□ $y=m$ □ $y=g(x)$ □ $y=t(x)$ □□□□□□□□□□□□ x_1' □ x_2' □

□ $x_1'=-\frac{m+2}{4}$ □ $x_2'=\frac{m}{3e}+\frac{1}{3}$ □ $x_1'\leqslant x_1$ □ $x_2'\geqslant x_2$ □□□□□□□□□□

□□ $x_2-x_1<x_2'-x_1'=\frac{5}{6}+m(\frac{1}{3e}+\frac{1}{4})$ □□ $x_2-x_1<\frac{5}{6}+m(\frac{1}{3e}+\frac{1}{4})$ □

9□□2021□•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=(x+1)(e^x-1)$ □

□1□□ $f(x)$ □□ $(-1$□$f(-1))$ □□□□□□□

□2□□ $a\leqslant e-1$ □□□□ $f(x)\geqslant a\ln x+2ex-2$ □ $x\in[1$□$+\infty)$ □□□□□

□3□□□□ $f(x)=b$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1\leqslant 1+\frac{b+e+1}{3e-1}+\frac{eb}{e-1}$ □

□□□□□□□1□□□ $f(x)=(x+1)(e^x-1)$ □□ $f'(x)=(x+2)e^x-1$ □

□ $f'(-1)=\frac{1}{e}-1$ □ $f(-1)=0$ □

□□□□□□□ $y=\frac{1-e}{e}(x+1)$ □

□2□□ $x\in[1$□$+\infty)$ □□ $\ln x\geqslant 0$ □□□ $a\ln x+2ex-2\leqslant(e-1)\ln x+2ex-2$ □

□□□□ $f(x)\geqslant(e-1)\ln x+2ex-2$ □

□□ $g(x)=(x+1)(e^x-1)-(e-1)\ln x-2ex+2$ □

$g'(x)=(x+2)e^x-1-\frac{e-1}{x}-2e$ □

□ $g'(x)$ □ $x\in[1$□$+\infty)$ □□□□□□□ g' □1□$=0$□□ $g(x)$ □ $x\in[1$□$+\infty)$ □□□□□□

□ $g(x)\geq g$□1□ $=2e-2-2e+2=0$ □□□ $(x+1)(e^x-1)\geq(e-1)\ln x+2ex-2\geq a\ln x+2ex-2$ □□□□

□3□□□1□□ $f(x)$ □□ $(-1$□$f(-1))$ □□□□□□ $y=\frac{1-e}{e}(x+1)$ □

□□ $F(x)=f(x)-\frac{1-e}{e}(x+1)=(x+1)(e^x-\frac{1}{e})$ □ $F'(x)=(x+2)e^x-\frac{1}{e}$ □ $F''(x)=(x+3)e^x$ □

□ $x<-3$ □□ $F''(x)<0$ □□ $x>-3$ □□ $F''(x)>0$ □

□□ $F'(x)$ □ $(-\infty,-3)$ □□□□□□□ $(-3,+\infty)$ □□□□□

□ $F'(-3)=-\frac{1}{e^3}-\frac{1}{e}<0$ □ $\lim_{x\to-\infty}F'(x)=-\frac{1}{e}$ □ $F'(-1)=0$ □□□ $F(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□□ $(-1,+\infty)$ □□□□□

□□ $F(x)\geq F(-1)=0\Rightarrow f(x)\geq\frac{1-e}{e}(x+1)$ □

□□□ $s(x)=\frac{1-e}{e}(x+1)=b$ □□ $x_1'=\frac{eb}{1-e}-1$ □□ $b=s(x_1')=f(x_1)\geq s(x_1)$ □□ $s(x)$ □ R □□□□□□□□ $x_1'\leq x_1$ □

□□□□□ $f(x)$ □□ $(1,2e-2)$ □□□□□□□ $t(x)=(3e-1)x-e-1$ □

□□ $G(x)=f(x)-t(x)=(x+1)(e^x-1)-(3e-1)x+e+1=(x+1)e^x-3ex+e$ □

$G'(x)=(x+2)e^x-3e$ □ $G''(x)=(x+3)e^x$ □

□ $x<-3$ □□ $G''(x)<0$ □□ $x>-3$ □□ $G''(x)>0$ □

□□ $G'(x)$ □ $(-\infty,-3)$ □□□□□□□ $(-3,+\infty)$ □□□□□

□ $G'(-3)=-\frac{1}{e^3}-3e<0$ □ $\lim_{x\to-\infty}G'(x)=-3e$ □ G' □1□ $=0$ □□ $G(x)$ □ $(-\infty,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

□□ $G(x)\geq G$□1□$=0\Rightarrow f(x)\geq t(x)=(3e-1)x-e-1$□

□□□ $t(x)=(3e-1)x-e-1=b$ □□ $x_2'=\frac{e+1+b}{3e-1}$ □

□ $b=t(x_2')=f(x_2)\geq t(x_2)$ □□ $t(x)$ □ R □□□□□

□□ $x_2\leq x_2'$ □

□ $x_1'\leq x_1$ □ $x_2\leq x_2'$ □

$\therefore -x_1\leq -x_1'$ □

□□ $x_2-x_1\leq x_2'-x_1'\leq 1+\frac{b+e+1}{3e-1}+\frac{eb}{e-1}$ □□□□

10□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=(x+1)(e^x-1)$ □

□1□□ $f(x)$ □□ $(-1$ □ $f(-1))$ □□□□□□□

□2□□□ $f(x)\geq ax$ □ R □□□□□□ a □□□

□3□□□□ $f(x)=b$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1\leq b+1+\frac{eb}{e-1}$ □

□□□□□□1□□□ $f(x)=(x+1)(e^x-1)$ □□ $f'(x)=(x+2)e^x-1$ □

□□ $f'(-1)=\frac{1}{e}-1$ □ $f(-1)=0$ □

□□□□ $(-1$ □ $f(-1))$ □□□□□□□ $y=\frac{1-e}{e}(x+1)$ □

□2□□ $h(x)=f(x)-ax=(x+1)e^x-(x+1)-ax$ □

则 $h'(x)=(x+2)e^{x}-1-a$，

令 $m(x)=(x+2)e^{x}$，则 $m'(x)=(x+3)e^{x}$，

所以 $m(x)=(x+2)e^{x}$ 在 $(-\infty,-3)$ 单调递减且 $m(x)<0$，$m(x)$ 在 $(-3,+\infty)$ 单调递增，

又 $m(0)=2$，即 $h'(0)=1-a$ 且 $h(0)=0$，

故 $h(x)$ 只能在 $x=0$ 处取得最小值，

若 $a=1$，此时 $h'(x)=(x+2)e^{x}-2$，在 $(-\infty,0)$ 上 $h'(x)<0$，故 $h(x)$ 单调递减，

在 $(0,+\infty)$ 上 $h'(x)>0$，故 $h(x)$ 单调递增，

故 $h(x)\geq h(0)=0$，满足题意；

若 $a>1$，$m(x)=(x+2)e^{x}=a+1$ 有解 x_0，$x_0>0$，

$h(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，与 $h(x)\geq h(0)$ 矛盾；

若 $a<1$，$m(x)=(x+2)e^{x}=a+1$ 有解 x_0，$-3<x_0<0$，

$h(x)$ 在 $(x_0,0)$ 上单调递减，与 $h(x)\geq h(0)$ 矛盾；

综上所述，$a=1$；

（3）证明：$f'(x)=(x+2)e^{x}-1$，

所以 $f'(x)$ 在 $(-\infty,-3)$ 单调递减且 $f'(x)<0$，

$f'(x)$ 在 $(-3,+\infty)$ 单调递增，故 $f'(x)=0$ 最多一根，

又因为 $f'(-1)=(-1+2)e^{-1}-1<0$，$f'(0)=(0+2)e^{0}-1=1>0$，

设 $f'(x)=0$ 的解为 t，因为 $f'(-1)\cdot f'(0)<0$，故 $t\in(-1,0)$，

□□ $f(x)$ □ $(-\infty,t)$ □□□□□ $f(x)$ □ $(t,+\infty)$ □□□□□

□□□□ $f(x)=b$ □□□□□ x_1 □ x_2 □□ $b>f(t)$ □

□□□1□□2□□ $f(x)\geqslant\frac{1-e}{e}(x+1)$ □ $f(x)\geqslant x$ □ R □□□□□

□ $b=\frac{1-e}{e}(x+1)$ □□□ x_3 □□ $x_3\leqslant x_1$ □□ $b=x$ □□□ x_4 □□ $x_4\geqslant x_2$ □

□ $x_3=\frac{eb}{1-e}-1$ □ $x_4=b$ □□□ $x_2-x_1\leqslant x_4-x_3=1+b+\frac{eb}{e-1}$ □□□□

11□□2021•□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x(lnx-1)$ □

□1□□□□ $y=f(x)$ □ $x=\frac{1}{e}$ □□□□□□□ $y=g(x)$ □□□□ $f(x)\geqslant g(x)$ □

□2□□□□ $f(x)=a$ □□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $|x_1-x_2|<2a+e+\frac{1}{e}$ □

□□□□□□□1□ $f(x)=x(lnx-1)$ □□ $f'(x)=lnx$ □

□ $f(\frac{1}{e})=-\frac{2}{e}$ □ $f'(\frac{1}{e})=-1$ □

□□□□□□□ $y+\frac{2}{e}=-(x-\frac{1}{e})$ □□ $g(x)=-x-\frac{1}{e}$ □

□ $h(x)=f(x)-g(x)=x(lnx-1)+x+\frac{1}{e}$ □□ $h(x)=lnx+1$ □

□ $h(x)>0$ □□□□ $x>\frac{1}{e}$ □□ $h(x)<0$ □□□□ $0<x<\frac{1}{e}$ □

□ $h(x)$ □ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□ $(\frac{1}{e}$ □ $+\infty)$ □□□

□ $h(x)\geqslant h(\frac{1}{e})=0$ □□ $f(x)\geqslant g(x)$ □

□2□□□□ $x_1<x_2$ □□□ $y=-x-\frac{1}{e}$ □ $y=a$ □□□□ $(x_0$ □ $a)$

□□□1□□□ $f(x)\geqslant g(x)$ □□ $a=-x_0-\frac{1}{e}=f(x_1)\geqslant g(x_1)=-x_1-\frac{1}{e}$ □

□□ $x_1\geqslant x_0=-a-\frac{1}{e}$ □□□□□ $x_0=\frac{1}{e}$ □ $a=-\frac{2}{e}$ □□“=”□

□□□□□ $x_2 \leqslant a+e$ □

□□ $a=f(x_2)$ □□ $x_2 \leqslant a+e \Leftrightarrow x_2 \leqslant f(x_2)+e$ □□□ $f(x_2)-x_2+e \geqslant 0$ □

□ $\varphi(x)=f(x)-x+e=x\ln x-2x+e$ □□ $\varphi'(x)=\ln x-1$ □

□ $\varphi'(x)>0$ □□□□ $x>e$ □□ $\varphi'(x)<0$ □□□□ $0<x<e$ □

□ $\varphi(x)$ □ $(0,e)$ □□□□ $(e,+\infty)$ □□□

□ $\varphi(x)\geqslant\varphi$ □e□ $=0$ □□ $x_2\leqslant a+e$ □□□□□□□ $x_2=e$ □ $a=0$ □□“ $=$ ”□

□□□□□□□□□□□□□□□

□ $|x_1-x_2|=x_2-x_1<(a+e)-(-a-\frac{1}{e})=2a+e+\frac{1}{e}$ □

12□□2021•□□□□□□ $f(x)=nx-x^n$ □ $x\in R$ □□□ $n\in N$ □□ $n\geqslant 2$ □

□I□□□ $f(x)$ □□□□□

□II□□□□ $y=f(x)$ □ x □□□□□□□□ P □□□□□ P □□□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□□□□□□ x □□□ $f(x)\leqslant g(x)$ □

□III□□□□ x □□□ $f(x)=a(a$ □□□□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $|x_2-x_1|<\frac{a}{1-n}+2$ □

□□□□□□□□□□ 14 □□

□□□I□□ $f(x)=nx-x^n$ □□□ $f'(x)=n-nx^{n-1}=n(1-x^{n-1})$ □□□ $n\in N$ □□ $n\geqslant 2$ □

□□□□□□□□□□

□1□□ n □□□□□□ $f'(x)=0$ □□□ $x=1$ □□ $x=-1$ □□ x □□□□ $f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□□□□□□

x	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	↘	↗	↘

□□□ $f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $(-1,1)$ □□□□□

□2□□ n □□□□□

□ $f'(x)>0$ □□ $x<1$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□ $f'(x)<0$ □□ $x>1$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□□□ $f(x)$ □ $(-\infty,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□Ⅱ□□□□□□ P □□□□ $(x_0$ □ $0)$ □□ $x_0=n^{\frac{1}{n-1}}$ □ $f'(x_0)=n-n^2$ □

□□ $y=f(x)$ □□ P □□□□□□□ $y=f'(x_0)(x-x_0)$ □□ $g(x)=f'(x_0)(x-x_0)$ □

□ $F(x)=f(x)-g(x)$ □□ $F(x)=f(x)-f'(x_0)(x-x_0)$ □□ $F'(x)=f'(x)-f'(x_0)$ □

□□ $f'(x)=-nx^{n-1}+n$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $F'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□□ $F'(x_0)=0$ □□□□ $x\in(0,x_0)$ □□ $F'(x)>0$ □□ $x\in(x_0$ □ $+\infty)$ □□ $F'(x)<0$ □

□□ $F(x)$ □ $\in(0,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□□□□□□□□□□ x □□□ $F(x),,\ F(x_0)=0$ □

□□□□□□□□□ x □□□ $f(x),,\ g(x)$ □

□Ⅲ□□□□□□□ $x_1,,\ x_2$ □

□□Ⅱ□□ $g(x)=(n-n^2)(x-x_0)$ □

□□□ $g(x)=a$ □□□ x_2' □□□ $x_2'=\frac{a}{n-n^2}+x_0$ □

□□Ⅱ□□ $g(x_2)..f(x_2)=a=g(x_2')$ □□□ $x_2,,\ x_2'$ □

□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□ $y=h(x)$ □

□□ $h(x)=nx$ □□ $x\in(0,+\infty)$ □ $f(x)-h(x)=-x^n<0$ □

即对于任意的 $x\in(0,+\infty)$，$f(x)<h(x)$，

设方程 $h(x)=a$ 的根为 x_1'，可得 $x_1'=\frac{a}{n}$，

因为 $h(x)=nx$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，且 $h(x_1')=a=f(x_1)<h(x_1)$，

因此 $x_1'<x_1$，

由此可得：$x_2-x_1<x_2'-x_1'=\frac{a}{1-n}+x_0$，

因为 $n\geq 2$，所以 $2^{n-1}=(1+1)^{n-1}\geq 1+C_{n-1}^{1}=1+n-1=n$，

故：$2\geq n^{\frac{1}{n-1}}=x_0$.

所以：$|x_2-x_1|<\frac{a}{1-n}+2$.

13.（2017•临汾三模）已知函数 $f(x)=(x^2-x)e^x$

（1）求 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程 $y=g(x)$，并证明 $f(x)\geq g(x)$

（2）若方程 $f(x)=m(m\in R)$ 有两个正实数根 x_1，x_2，求证：$|x_1-x_2|<\frac{m}{e}+m+1$.

【解答】证明：（1）$f'(x)=(x^2+x-1)e^x$，$f'(1)=e$，$f(1)=0$，

$\therefore y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程 $y=g(x)=e(x-1)$，

设 $h(x)=f(x)-g(x)$，则 $h(x)=(x^2+x-1)e^x-e$，$h'(x)=(x^2+3x)e^x$，

令 $h'(x)=0$，可得 $x=-3$ 或 $x=0$，函数 $y=h(x)$ 在 $(-\infty,-3)$，$(0,+\infty)$ 上单调递增，

在 $(-3,0)$ 上单调递减，

$\because h(-3)=\frac{5}{e^3}-e<0, h(1)=0$，

$\therefore x\in(-\infty,1)$，$h(x)<0$，$y=h(x)$ 单调递减；

$x\in(1$□$+\infty$□$)$□$h'(x)>0$□$y=h(x)$□□□□□

$\therefore h(x)\geqslant h$□1□$=0$□

$\therefore f(x)\geqslant g(x)$□

□2□ $y=f(x)$□$x=0$□□□□□□□ $y=-x$ □□ $(x^2-x)e^x\geqslant -x$

□ $(x^2-x)e^x\geqslant e(x-1)$ □□ $y=m$□$y=-x$□$y=e(x-1)$□□□□□□□□□□ x_3□x_4□

$\therefore x_3<x_1<x_2<x_4$□

$\therefore |x_1-x_2|<x_4-x_3=\frac{m}{e}+m+1$□

14□□2021•□□□□□□□□□ $g(x)=x^4$□$x\in R$□□□ $(1$□g□1□$)$□□□□□□□□ $y=m(x)$□□

$f(x)=m(x)-g(x)+3$□

(I)□□□ $f(x)$ □□□□ x □□□□□□ P□$f(x)$□□ P □□□□□ l □□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□ l □□□□

(II)□□ x □□□ $f(x)=a(a$□□□□□□□□□□ x_1□x_2□□□□ $|x_2-x_1|<2-\frac{a}{3}$□

□□□□□□ (I) g□1□$=1$□$g'(x)=4x^3$□g'□1□$=4$□

$\therefore$□□$(1,1)$□□□□□□□ $y-1=4(x-1)$ □□□ $y=m(x)=4x-3$□

$f(x)=m(x)-g(x)+3=4x-3-x^4+3=4x-x^4$□

□ $f(x)=4x-x^4=x(4-x^3)=0$□$x>0$□□□ $x=\sqrt[3]{4}$□$\therefore P(\sqrt[3]{4}$□$0)$□

$f'(x)=4-4x^3$□$f'(\sqrt[3]{4})=4-4\times4=-12$□

$\therefore f(x)$□□ P □□□□□ $l: y=-12(x-\sqrt[3]{4})$□

□ $h(x) = -12(x-\sqrt[3]{4}) - 4x + x^4$ □ $h(\sqrt[3]{4}) = 0$ □

$h'(x) = -12 - 4 + 4x^3 = 4(x^3 - 4) = 4(x-\sqrt[3]{4})(x^2 + 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}x)$ □

□□□□ $h(x)$ □ $(-\infty, \sqrt[3]{4})$ □□□□□□□ $(\sqrt[3]{4}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$\therefore h(x) \geq h(\sqrt[3]{4}) = 0$ □

$\therefore -12(x-\sqrt[3]{4}) \geq 4x - x^4$ □

□□□□ $y = f(x)$ □□□□□□□□ l □□□□

(II) $f(x)$ □□ P □□□□□ $l: y = -12(x-\sqrt[3]{4})$ □

□□□□□ $f(x)$ □□ $(0,0)$ □□□□□□ $y = 4x$ □

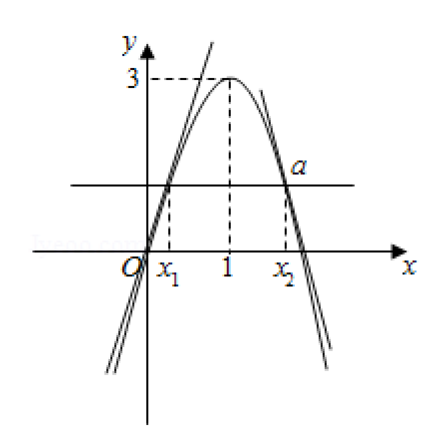
$y = a$ □ $y = 4x$ □ $y = -12(x-\sqrt[3]{4})$ □□□□□□□□□□ x_3 □ x_4 □

$4x - f(x) = x^4 \geq 0 (x \geq 0)$ □

□ $x_3 = \frac{a}{4}$ □ $x_4 = \sqrt[3]{4} - \frac{a}{12}$ □

$\therefore |x_2 - x_1| < x_4 - x_3 = \sqrt[3]{4} - \frac{a}{12} - \frac{a}{4} = \sqrt[3]{4} - \frac{a}{3} < 2 - \frac{a}{3}$ □

$\therefore |x_2 - x_1| < 2 - \frac{a}{3}$ □


y
3
a
O
x_1
1
x_2
x